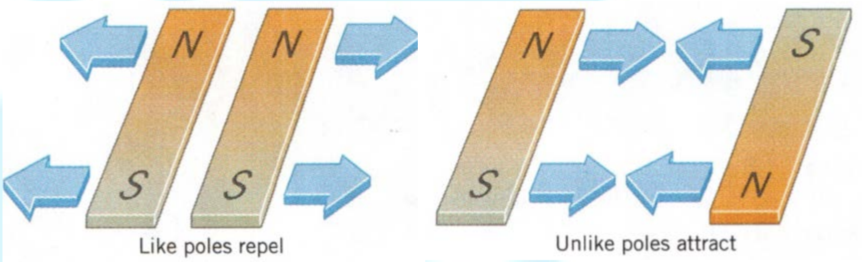
Capítulo 6

Campos Magnéticos y Eléctricos: Fuerzas sobre cargas

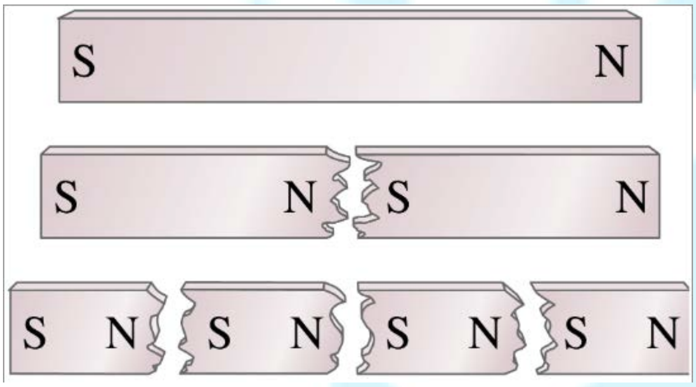
6.1. *Introducción*

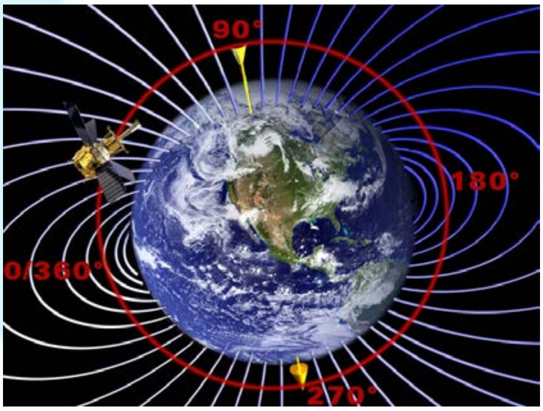
Las primeras observaciones de fenómenos magnéticos reportadas datan de hace más de 2500 años. Al oeste de Turquía se observaron fragmentos de material (Fe_3O_4: magnetita) con propiedades muy particulares. Es lo que hoy se llama un **imán permanente**. El uso de imanes en navegación data de más de 1000 años en Occidente aunque es muy probable que en China se conociera la orientación N-S de los imanes. También se conocía que los imanes permanentes ejercían fuerzas entre sí y también sobre fragmentos de hierro no magnetizado. Otra cosa conocida era que un trozo de hierro puesto en contacto con un imán, se magnetizaba, i.e. se convertía en imán. Cuando un trozo de hierro magnetizado se deja girar libremente, toma dirección N-S (la brújula).

Magnetita atrayendo clavos y limaduras de hierro



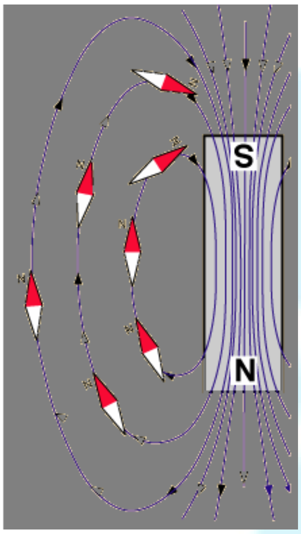
Otra observación experimental: si se parte un imán en dos, se obtienen dos imanes. Y aún más, se pueden producir fuerzas de atracción o repulsión entre dos imanes dependiendo de las orientaciones de los mismos. Polos distintos se atraen y polos iguales se repelen.





Es por eso que, debido a la orientación de una aguja imantada, se concluye que la Tierra debe considerarse un gran imán con el S magnético en el polo norte. ¿Para dónde apunta una brújula puesta en la atmósfera terrestre?

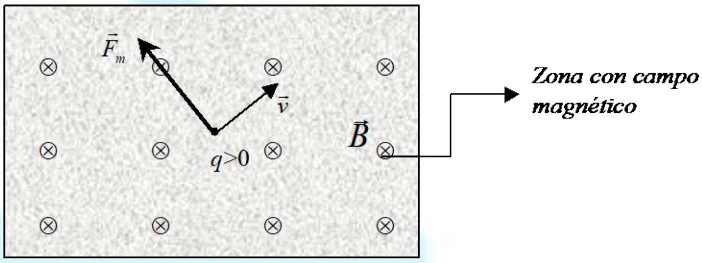
Durante la Edad Media el estudio del magnetismo dio un gran paso gracias a los estudios de Pierre de Maricourt[iii] (probablemente un cruzado en las trincheras). Escribió el primer tratado de Magnetismo, donde por primera vez se habló de polos de un imán. A pesar de esto, el magnetismo comenzó a ser bien conocido a principios del siglo XIX. En esa época Electricidad era sinónimo de Electrostática, Magnetismo era el estudio de los imanes, la brújula y el campo magnético terrestre (no se había progresado desde Gilbert en 1600), y Galvanismo se refería a los fenómenos relacionados con corrientes continuas producidos por baterías (descubrimiento fortuito de Galvani y subsiguientes experimentos de Volta).



6.2. Fuerzas producidas por campos magnéticossobre cargas[iii]

En las figuras anteriores, el ordenamiento espacial de las brújulas (izquierda) o los pequeños alambres de hierro (derecha), sugieren la presencia de un objeto abstracto que llamamos campo magnético $\vec{B}$. Los experimentos indican que cuando hay cargas en movimiento, el campo magnético de los imanes interactúa con las cargas en determinadas condiciones. Podemos resumir los resultados experimentales:

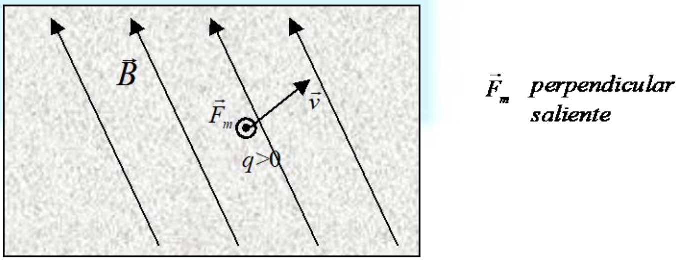
1) Puede existir sobre una carga *q***en movimiento** una fuerza $\vec{F}_m$ debida a algún imán o equivalente.



2) $\left|\vec{F}_m\right| \propto q$. Si cambia el signo de q cambia el sentido de la fuerza.

3) $\vec{F}_m \cdot \vec{v} = 0$ y $\vec{F}_m \cdot \vec{B} = 0$, es decir

4) $\left|\vec{F}_m\right| \propto |\vec{v}|, |\vec{B}|, |\vec{v}||\vec{B}|$



5) Si $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son paralelos $\vec{F}_m = 0$

6) Si $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son

perpendiculares $\left|\vec{F}_m\right|$ es máxima

7) Si cambia el sentido de $\vec{v}$ o $\vec{B}$ cambia el sentido de $\vec{F}_m$

Todo esto lleva a que la fuerza que ejerce un campo magnético sobre una carga está dado por

$$\vec{F}_m = q\ \vec{v}\times\vec{B}$$

de donde surge que el campo magnético no puede ser un vector sino un pseudovector o vector axial. Como la unidad de fuerza es el Newton, la unidad de campo magnético debe ser tal que

$$[B]=\frac{\text{N s}}{\text{C m}}=\frac{\text{N}}{\text{A m}}=\text{Tesla}=\text{T}$$

Se lo denomina así en honor a Nikola Tesla, quien fue el responsable de los sistemas de potencia de corriente alterna a larga distancia.

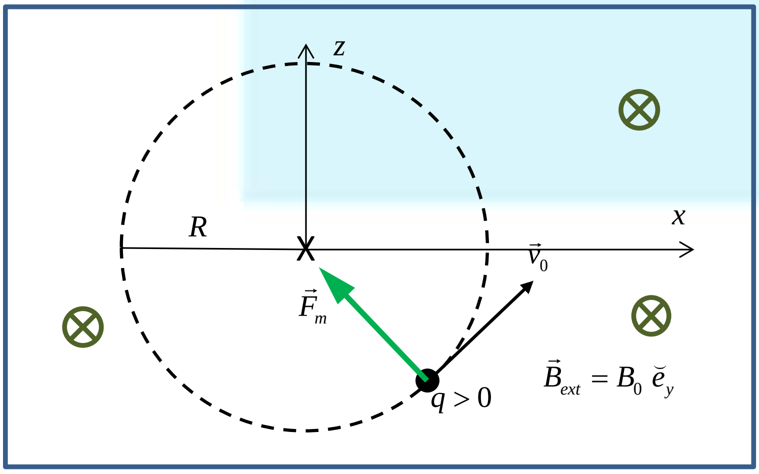
Como la fuerza magnética es siempre perpendicular a la velocidad y $\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$ resulta siempre $\vec{F}_m \perp d\vec{r}$ y por lo tanto la fuerza magnética nunca realiza trabajo. Es decir, no es una fuerza conservativa en el sentido de que deriva de una función potencial y siempre $\int_A^B \vec{F}_m \cdot d\vec{r} = 0$. Por otra parte, como

$$W_{total} = W_{F\ no\ c} + W_{F\ c} = W_{F\ no\ c} + 0 = \Delta T = 0$$

el **módulo de la velocidad** permanece constante cuando una carga se mueve y está presente solo un campo magnético.

Vamos a determinar cómo un campo magnético modifica el movimiento de una carga puntual *q*. Primero consideraremos un caso sencillo y luego otro más general.

Ejemplo 1: una carga positiva*q* moviéndose con velocidad inicial $\vec{v}_0$ en el mismo plano que el campo magnético $\vec{B}_{ext}$ .Supongamos primero que la velocidad es perpendicular al campo magnético en el instante inicial



Como $\vec{F}_m(t=0) = q\ \ \vec{v}_0 \times \vec{B}_{ext}$, es decir, la fuerza es perpendicular a la velocidad, la variación de energía cinética es nula, es decir, $|\vec{v}| = |\vec{v}_0|$ y en consecuencia $\dfrac{dv}{dt} = 0$.

Por lo que podemos escribir a la aceleración como

$\vec{a} = a_c\,\breve{e}_{normal} + a_t\,\breve{e}_{tan\,gencial} = \dfrac{v^2}{\rho}\breve{e}_{normal} + \dfrac{dv}{dt}\breve{e}_{tan\,gencial} = \dfrac{v^2}{R}\breve{e}_{normal} = \dfrac{v_0^2}{R}\breve{e}_{normal}$. Consecuentemente,

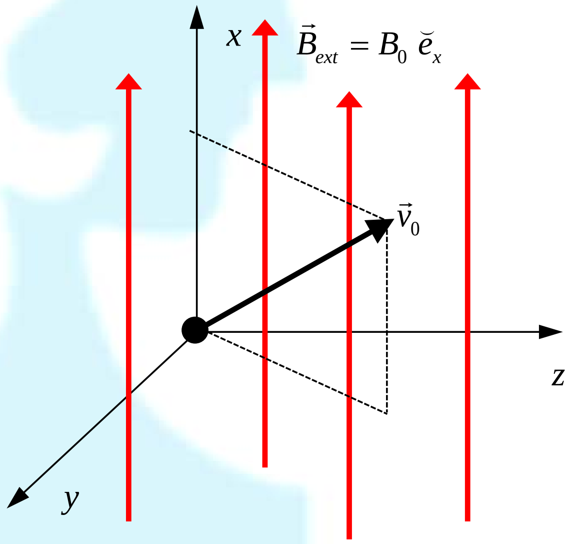
$$\vec{F}_m = q\quad \vec{v}\times\vec{B}_{ext} = m\vec{a} = m\vec{a}_c = m\frac{v_0^2}{R}\breve{e}_{normal}$$

$$\vec{F}_m = q\quad v_0\breve{e}_{tangencial}\times B_0\breve{e}_y = m\frac{v_0^2}{R}\breve{e}_{normal}$$

Es decir, la fuerza es de módulo $qv_0B = m\dfrac{v_0^2}{R}$ y la trayectoria es una circunferencia en un plano perpendicular al campo magnético de radio $R = \dfrac{mv_0}{qB}$. Como $v = \omega R$ la frecuencia resulta $\omega = \dfrac{qB}{m}$, es decir, no depende ni de R ni de v. Es usual denominar a $qBR = mv_0$ como la **ecuación del ciclotrón** (el primero de los aceleradores modernos de partículas cargadas). De ella queda claro que, dependiendo de la experiencia, pueden determinarse el momentum lineal de una partícula cargada, la velocidad, la relación entre masa y carga, etc.

Ejemplo 2: una carga positiva q moviéndose con una velocidad no perpendicular al campo, es decir, una componente perpendicular y otra paralela.Elijamos

$$\vec{B} = B\breve{e}_x \quad \text{y} \quad \vec{v}_0 = v_{0x}\breve{x} + v_{0y}\breve{y} + v_{0z}\breve{z}$$



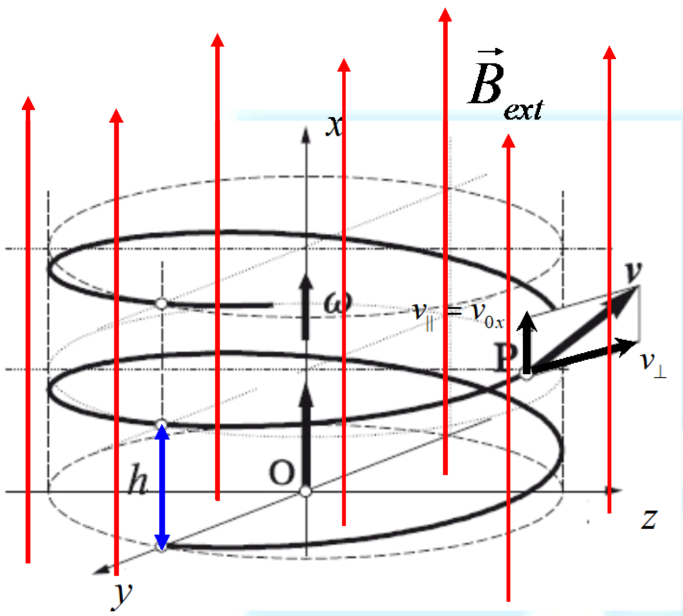
En consecuencia, la fuerza solamente tendrá componentes y y z

$$\vec{F} = q\left\{0\breve{x} + Bv_{0z}\breve{y} - Bv_{0y}\breve{z}\right\} = m\vec{a}$$

La componente de la velocidad paralela al campo v_x no se verá afectada y permanece constante, es decir, $v_x = v_{0x}$. Cambiarán las componentes y y z con el tiempo, aunque $v_y^2 + v_z^2 = cte = v_{0y}^2 + v_{0z}^2 = v_\perp^2$ porque la **energía cinética se conserva.**

La aceleración estará dada por

$$\vec{a} = a_c\, \breve{e}_{normal} + a_t\, \breve{e}_{tan\,gencial} = \frac{v^2}{\rho}\breve{e}_{normal} + \frac{dv}{dt}\breve{e}_{tan\,gencial}$$



En consecuencia, el recorrido será un helicoide pues tendrá una velocidad constante en la dirección de $\vec{B}$ (dirección x) y una fuerza perpendicular a la velocidad en el plano perpendicular a $\vec{B}$. El radio del helicoide estará dado por $R = \frac{mv_{\perp}}{qB}$, la frecuencia por $\omega = \frac{qB}{m}$ y el paso del helicoide (camino recorrido a lo largo del eje x durante un período) por

$$h = v_{0x}T = v_{0x}\frac{1}{f} = \frac{2\pi v_{0x}}{\omega} = \frac{2\pi m v_{0x}}{qB}$$

6.3. *Fuerza magnética sobre un conductor que transporta corriente*

Si un campo magnético ejerce una fuerza sobre una carga en movimiento, no es de sorprender que también ejerza una fuerza sobre un conductor que transporta corriente, ya que la corriente es un conjunto de cargas en movimiento. Por el principio de superposición, la fuerza sobre un conductor que transporta corriente I será la suma de todas esas fuerzas. Como, en promedio, todos los portadores de carga "avanzan" en una dirección con velocidad $\vec{v}_a$ se tiene que

$$\vec{F}_m = \sum_{\substack{\text{todas las}\\ \text{cargas en}\\ \text{movimiento}}} q_i\, \vec{v}_a \times \vec{B}_{externo} = N\, q\, \vec{v}_a \times \vec{B}_{externo}$$

Recordemos que habíamos definido a la corriente como la carga neta que atraviesa un área A en la unidad de tiempo, es decir

$$I = \frac{dQ}{dt} = nqv_a A$$

donde n era el número de portadores por unidad de volumen y A la sección del cable. Entonces

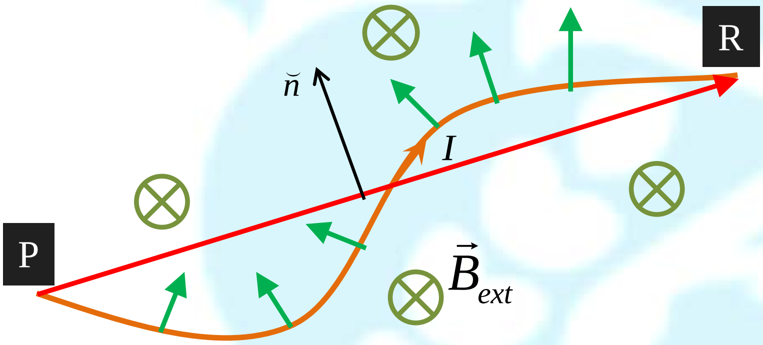
$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{N}{AL} q v_a A = \frac{N}{L} q v_a$$

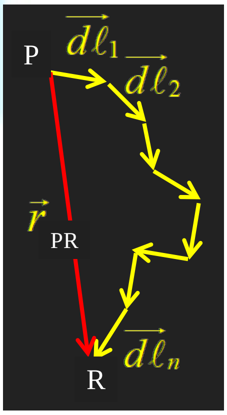
Reemplazando resulta

$$\vec{F}_m = N\, q\, \vec{v}_a \times \vec{B}_{externo} = N\, q\, v_a \frac{\vec{v}_a}{v_a} \times \vec{B}_{externo} = I\, L \frac{\vec{v}_a}{v_a} \times \vec{B}_{externo}$$

Observen que esto es válido para un segmento recto en un campo externo uniforme. Si tuviéramos un conductor de forma arbitraria, cada carga tendría una velocidad en distinta dirección, i.e.

$$\vec{F}_m = \int_A^B dq\, \vec{v}_a(q) \times \vec{B}_{ext} = \int_A^B I\, d\vec{l} \times \vec{B}_{ext}$$





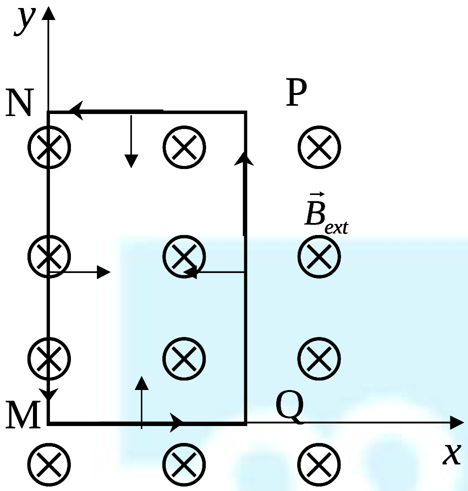
Supongamos un campo magnético uniforme y perpendicular a la trayectoria de los portadores de carga y que la corriente es la misma en todos lados (¿puede ser distinta?). En ese caso

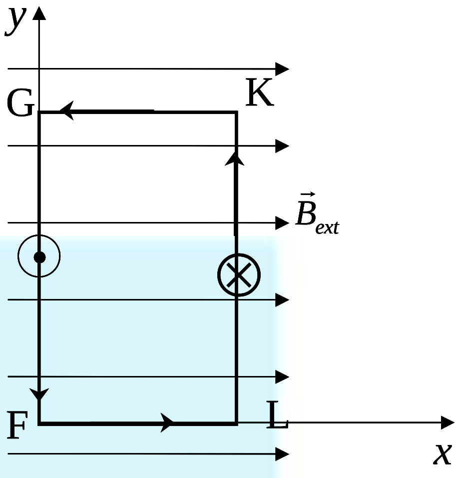
$$\vec{F}_m = \int_P^R I\, d\vec{l} \times \vec{B}_{ext} = I \int_P^R d\vec{l} \times \vec{B}_{ext} = I\, \overline{PR}\, B_{ext} \breve{n}$$

Es decir, la fuerza magnética ejercida sobre el alambre **cuando el campo magnético es uniforme**, es igual a la ejercida sobre un alambre recto con los mismos extremos. Esto lleva a que la fuerza sobre una espira cerrada es **nulacuando el campo magnético es uniforme.**

6.4. Torque sobre una espira rectangular con corriente en un campo magnético uniforme. Momento dipolar magnético.

Supongamos que tenemos una espira rígida de lados *a* y *b* y un campo magnético externo uniforme.





En la figura de la izquierda, las fuerzas están sobre el plano de la espira siendo

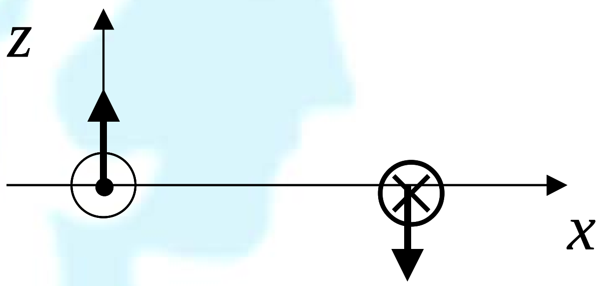
$\vec{F}_{NM} = -\vec{F}_{PQ}$ y $\vec{F}_{NP} = -\vec{F}_{MQ}$

En consecuencia, si la espira de la izquierda es rígida, no se trasladará por efecto del campo magnético externo.

En la figura de la derecha, en cambio, las fuerzas corresponden a

$\vec{F}_{FG} = -\vec{F}_{KL}$ y $\vec{F}_{Fl} = \vec{F}_{GK} = 0$ siendo $\vec{F}_{FG} = I\,\overline{FG}\,B_{ext} \quad \hat{z}$

El torque, por lo tanto no depende del punto y



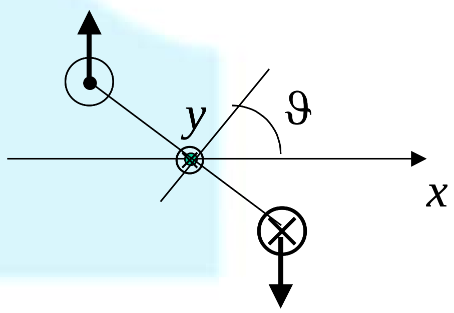
$\vec{\mathcal{T}} = \vec{r} \times F = abIB_{ext} \quad \hat{y}$

Si se logra que gire por el punto medio del lado

$\vec{\mathcal{T}} = \vec{r} \times F = abIB_{ext} \sin\vartheta \quad \hat{y}$

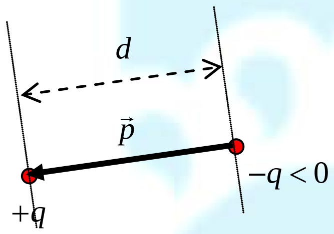
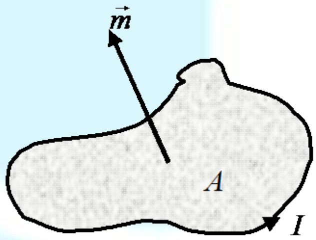
Es decir, se puede escribir como el producto vectorial entre el área de la espira y el campo externo (por I). Así, el torque sobre la espira resulta

$\vec{\mathcal{T}} = \vec{r} \times F = I\ \vec{A} \times \vec{B}_{ext}$ donde $\vec{A} \equiv A\hat{n}$



A la cantidad $I\vec{A} \equiv \vec{m}$ se la denomina momento dipolar magnético. **Recordar** que el momento dipolar eléctrico $\vec{p} = q\,\vec{d}$ hacía que $\vec{\mathcal{T}} = \vec{r} \times F = \vec{p} \times \vec{E}_{ext}$ y el dipolo tendiera a alinearse con el campo eléctrico. En este caso, el dipolo magnético tiende a alinearse con el campo magnético. Pero OJO!!! El momento dipolar eléctrico tiene la dirección de la recta que una las cargas, mientras que el momento dipolar magnético tiene la dirección perpendicular al área determinada por los cables (tiene la del diferencial de área).

El galvanómetro de D´Arsonval, fabricado por un médico/físico francés en 1882,es un instrumento que usa esa propiedad. Es un instrumento formado por un imán permanente y, dentro del imán, se coloca una bobina móvil unida solidariamente a una aguja. Cuando pasa

Momento dipolar eléctrico $\vec{p}$	**Momento dipolar magnético $\vec{m}$**
	
El sentido es desde la carga negativa a la positiva	El sentido está dado por la normal a la superficie (acorde con la corriente)
$\vec{\mathcal{T}} = \vec{r} \times F = \vec{p} \times \vec{E}_{ext}$	$\vec{\mathcal{T}} = \vec{r} \times F = I\ \vec{A} \times \vec{B}_{ext}$

corriente por la bobina, el campo magnético ejerce fuerza neta nula sobre ella, pero hay un torque que produce la rotación de la bobina con la aguja. El instrumento tiene resortes que cumplen doble función: transportar corriente y ejercer una fuerza restitutiva que permite el equilibrio. Relacionando la posición de la aguja con al corriente que pasa por la bobina, se establece una escala. Este tipo de instrumento "mecánico" ha sido reemplazado por otros electrónicos pero muestra el ingenio de la humanidad para hacer mucho con poco…

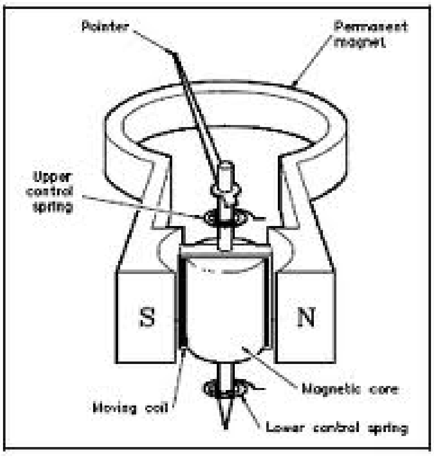
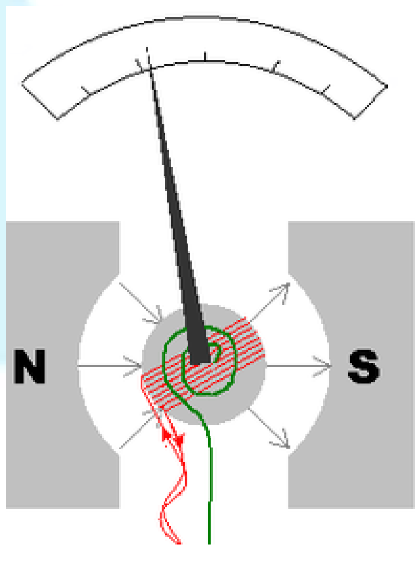
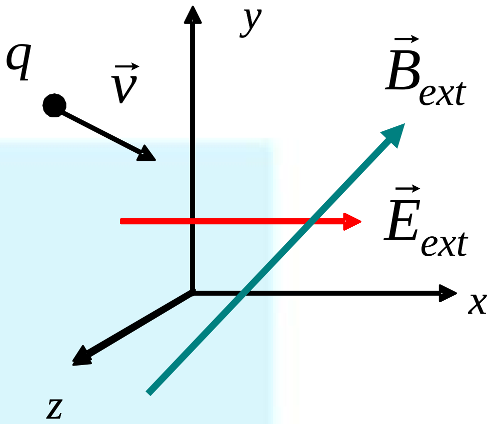


Figure 1 D'Arsonval Meter Movement



6.5. *Fuerza de Lorentz*



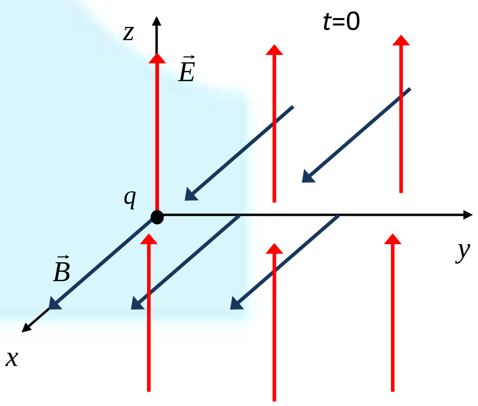
Cuando una carga en movimiento sufre el efecto de un campo eléctrico y un campo magnético, por el principio de superposición, la fuerza total estará dada por

$$\vec{F} = q\vec{E}_{ext} + q\vec{v} \times \vec{B}_{ext}$$

Un campo eléctrico uniforme produce una aceleración constante paralela al campo. En consecuencia, la carga describe un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. En cambio, un campo magnético uniforme hace describir a una carga puntual un movimiento helicoidal (o como casos particulares, un movimiento circular o un movimiento rectilíneo con velocidad uniforme). El efecto de ambos campos sobre una partícula en movimiento, será la superposición de los efectos particulares. Por supuesto, para que la carga no se desvíe, la fuerza total debe ser nula.

Tema especial 1: Un tipo de movimiento muy particular se produce cuando una carga es sometida simultáneamente a un campo eléctrico y a un campo magnético, uniformes y perpendiculares entre sí. Supongamos que establecemos un sistema de coordenadas tal que el campo eléctrico tiene dirección *z* y el magnético tiene dirección *x*. Se coloca una carga puntual positiva *q* en reposo en el origen de coordenadas. ¿Cómo se moverá?

Si no existiera el campo magnético, la carga seguiría acelerándose y moviéndose en la dirección *z*. Si no existiera el campo eléctrico, la carga no sufriría ninguna fuerza y permanecería en el origen. Pero existen los dos campos simultáneamente.



En el instante inicial, como la partícula está en reposo, no sufrirá el efecto del campo magnético. Pero sí la del campo eléctrico, el que la acelerará en $t=0$ en la dirección *z*. Esto provocará una fuerza magnética en la dirección *y* que indicaría el comienzo de un movimiento circular en el plano *yz* si la velocidad fuera constante. Pero, como el campo eléctrico la acelera, la velocidad en la dirección *z* aumenta mientras que el campo magnético tiende a aumentar la fuerza sobre ella hasta que la fuerza magnética es mayor que la eléctrica. En ese momento, la partícula comienza a volver hacia el eje y , siendo su velocidad de sentido opuesto a la que le produce el campo eléctrico. Es decir, va disminuyendo su velocidad. En un momento la velocidad se anula (cuando la carga llega al eje y) y todo comienza de nuevo.

¿Cómo resolverlo analíticamente? Como no hay fuerza en la dirección x, la forma más general de la velocidad de la carga será en todo momento

$$\vec{v} = v_y \breve{e}_y + v_z \breve{e}_z$$

la fuerza magnética sobre q corresponderá a

$$\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B} = qB\left(v_z\,\breve{e}_y - v_y\,\breve{e}_z\right)$$

y la fuerza eléctrica a

$$\vec{F}_e = q\,\vec{E} = qE\,\breve{e}_z$$

En consecuencia, la fuerza de Lorentz resulta

$$\vec{F} = qB\left(v_z\,\breve{e}_y - v_y\,\breve{e}_z\right) + qE\,\breve{e}_z = qBv_z\breve{e}_y + q\left(E - Bv_y\right)\breve{e}_z = m\vec{a} = m\left(\frac{dv_y}{dt}\breve{e}_y + \frac{dv_z}{dt}\breve{e}_z\right)$$

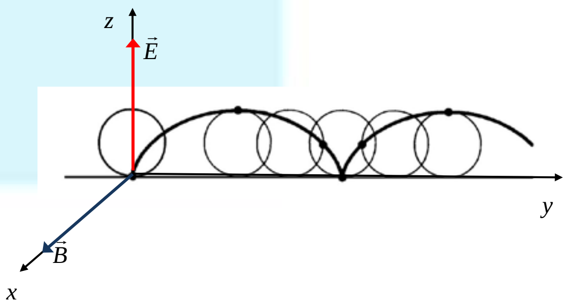
Si bien no es difícil de resolver, vamos a proponer la solución y ustedes verificarán que es LA solución.

$$y(t) = \frac{E}{\omega B}\left(\omega t - \sin\omega t\right) \qquad z(t) = \frac{E}{\omega B}\left(1 - \cos\omega t\right)$$

donde $\omega \equiv \frac{q}{m}B$ y corresponde a la "frecuencia del ciclotrón". Además cumple con las condiciones iniciales, es decir, que la velocidad sea nula en t=0. Llamemos $R \equiv \frac{\omega B}{E}$.

Eliminando senos y cosenos resulta que $\left(y - R\omega t\right)^2 + \left(z - R\right)^2 = R^2$. Esto es la ecuación de una circunferencia bastante especial de radio R: su centro está ubicado en el punto $\left(0, R\omega t, R\right)$. Y este centro va cambiando con el tiempo: va viajando en la dirección y con una velocidad ωR. Este tipo de curva se llama **cicloide**[iv].

Fin tema especial 1

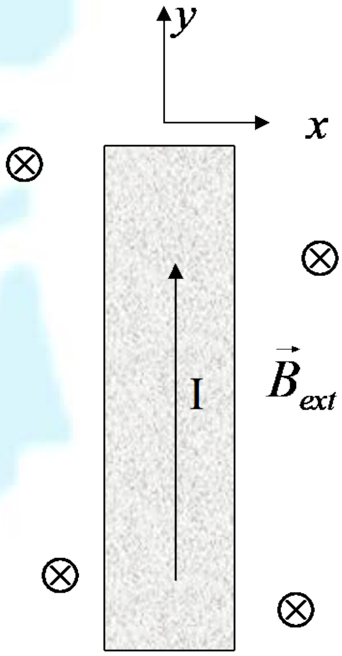


6.6. Equipos que basan su funcionamiento en la Fuerza de Lorentz

Hay varios equipos de laboratorio que usan una combinación de campos eléctricos y magnéticos. Entre ellos, podemos destacar

a) Tubo de rayos catódicos[v]: la base de los viejos televisores y monitores (los de vidrio).
b) Ciclotrón[vi]: primer acelerador moderno de partículas ionizadas.
c) Selector de velocidades: para filtrar determinadas partículas cargadas; usado en microscopios electrónicos y espectrómetros[vii]
d) Espectrómetro de masas[viii]: usado en química analítica para determinar la cantidad y tipo de materiales presentes

6.7. Efecto Hall



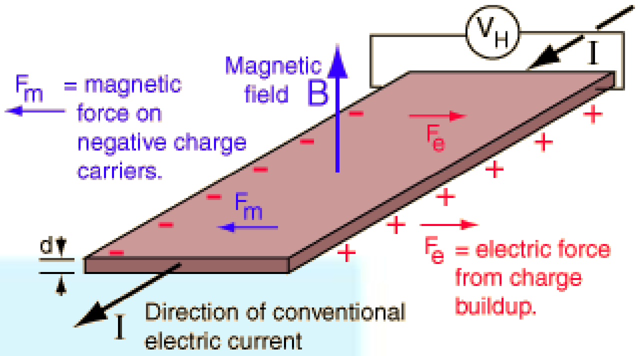
Esta experiencia es históricamente muy importante porque de ella se deduce que los portadores de carga en metales son los electrones.

Se tiene una banda metálica de longitud L a la cual se le aplica una diferencia de potencial, de modo que pasa una corriente por ella. Ésta se coloca en un campo magnético uniforme perpendicular a la banda.

La fuerza total sobre la banda es

$$\vec{F} = IL\breve{y} \times B\left(-\breve{z}\right) = -ILB\breve{x}$$

Si aplicáramos la expresión de la fuerza magnética $\vec{F}_m = q\ \vec{v} \times \vec{B}$, la fuerza sobre la banda nos daría en el sentido $-\breve{x}$, tanto si consideramos portadores positivos o electrones. Es decir, si los portadores son positivos (como es nuestra corriente convencional) sufrirán una fuerza hacia la izquierda. Y si fueran los negativos, como la velocidad tendría sentido opuesto, también se irían hacia la izquierda. Es decir, sean cuales fueren los portadores, se acumularían a la izquierda. Esto no puede seguir indefinidamente. Llega un momento que habrá una fuerza eléctrica de repulsión que hará terminar la migración. Se establece un equilibrio y habrá un campo eléctrico y unadiferencia de potencial eléctrico. Las cargas se mueven entonces hacia arriba como si no hubiera campo magnético, pero acumuladas en los laterales. El signo de la diferencia de potencial determina el signo de los portadores de carga. Si los portadores son negativos, éstos se acumularían sobre el lado izquierdo y el extremoizquierdo estaría a menor potencial que el derecho. Y viceversa. En 1879 Hall hizo las primeras mediciones determinando que los electrones eran los portadores de carga de los conductores[ix].



Ejemplo: B=2 T, ancho= D=1 cm, V_{Hall}= 7.2 μV, d=espesor, L=largo

$$Eq = qv_aB, \quad ED = V \quad \frac{V}{D} = v_aB \quad v_a = 3.6 \quad 10^{-4}\, m/s$$

Como $\quad I = \frac{dQ}{dt} = \frac{N}{D\cdot d\cdot L} qv_a Dd = \frac{N}{L} qv_a \Rightarrow v_a = I\frac{L}{nDdL} = I\frac{1}{nqD\cdot d}$

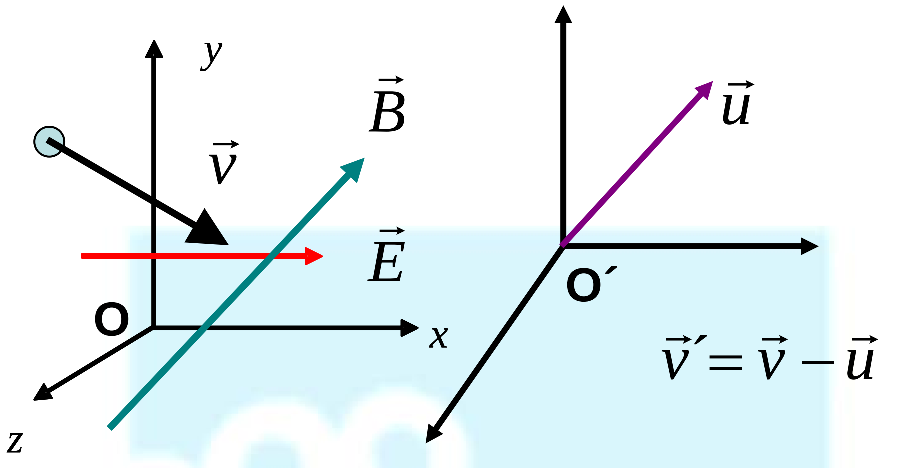
$$\frac{V}{D} = v_aB \Rightarrow V = D\cdot BI\frac{1}{nqDd} \Rightarrow V = \frac{IB}{ned}$$

Hay medidores de campo magnético a partir de este efecto. Por ejemplo, si se pone una delgada película de cobre (cuanto más delgada es, más alto será V). El campo terrestre está entre 30 y 60 μT. Un mol de Cu corresponde a 63,5 g/mol y la densidad es de 9g/cm^3. En 1 mol hay N_A electrones libres (1 por átomo, aproximadamente). Entonces $n = \rho N_A / M = 8.5\, 10^{28}$ electrones/m^3. Y si D=10 μm resulta V=10^{-8}V

6.8. Tema especial 2. Relación entre campos magnéticos y eléctricos desde marcos de referencia en movimiento

Estamos en condiciones de resolver el problema de la consistencia entre las leyes de la electricidad y el magnetismo con el principio galileano de relatividad (o invariancia). Las leyes de movimiento deben ser iguales en todos los marcos inerciales. Así, un observador O y otro O'(que se mueve con velocidad $\vec{u}$ constante respecto de O) debería expresar las leyes de igual manera. Entre ellas, la segunda ley de Newton

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ siendo $\vec{p} = m\vec{v}$ para el observador O que mide una velocidad $\vec{v}$ para la partícula y también para el sistema O'que ve que la partícula se mueve con velocidad $\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{u}$.



Para el observador O la fuerza de Lorentz está dada por $\vec{F} = q\left[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right]$

Y para el observador O' $\vec{F} = q\left[\vec{E}' + \vec{v}' \times \vec{B}'\right] = q\left[\vec{E}' + \left(\vec{v} - \vec{u}\right) \times \vec{B}'\right]$

Es decir, damos la posibilidad de que los campos vistos por O sean distintos que los vistos por O'. Es decir,

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{u} \times B \qquad \vec{B}' = \vec{B}$$

Estas relaciones resultan correctas cuando las velocidades son chicas comparadas con la de la luz. Es decir, que de un marco inercial de referencia a otro, los campos magnético y eléctrico se mezclan. Volveremos a ver este ejemplo cuando estudiemos la Ley de Faraday.

A partir de esto podemos inferir que debe existir una relación entre campos magnéticos y eléctricos. Esto lo veremos más adelante.

Fin tema especial 2

---

[i] http://libraries.mit.edu/collections/vail-collection/topics/masterworks/how-it-all-began/

[ii] http://es.wikipedia.org/wiki/Peter_Peregrinus_de_Maricourt

[iii] www.youtube.com/watch?v=fwiKRis145E

[iv] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cycloid_animated.gif

[v] http://www.crtsite.com/page3.html

www.youtube.com/watch?v=4QAzu6fe8rE

[vi] http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/magnetic/cyclot.html

EarlyDevelopmentofParticleAccelerators: http://dx.doi.org/10.1119/1.1934945

[vii] http://dx.doi.org/10.1590/S0103-97331999000300002

[viii] http://en.wikipedia.org/wiki/Mass_spectrometry

www.youtube.com/watch?v=EzvQzImBuq8

[ix] http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/magnetic/hall.html